brána informatikům otevřená?

FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ ČVUT V PRAZE

OI OTEVŘENÁ INFORMATIKA

Software Mathematica na střední škole

SPŠST PRAHA

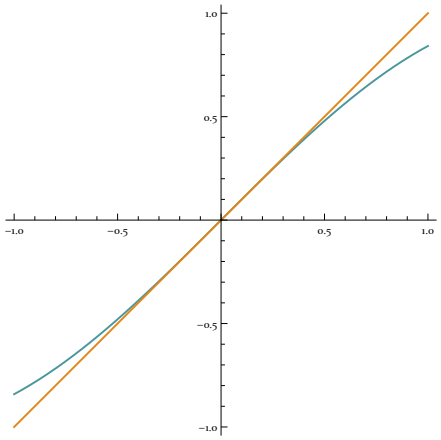
Jakub Šerých, serych@panska.cz

Využití ve výuce “on the fly”

Občas se ve výuce narazí na nějakou okamžitou otázku, kterou je třeba studentům objasnit.

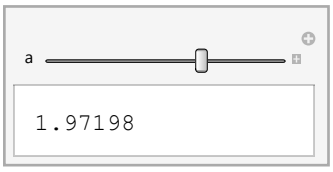
Například aproximace funkce sinus lineární funkcí v okolí nuly:

```
Plot[{Sin[x], x}, {x, -1, 1}, AspectRatio → Automatic]
```



... nebo s použitím jednoduché interaktivity

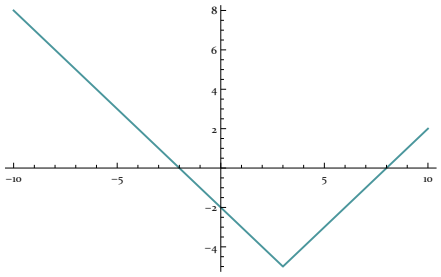
```
Manipulate[(a - Sin[a])/a 100, {a, -1, 1}]
```



Jiným příkladem může být vizualizace řešení jednoduché nerovnice s absolutní hodnotou:

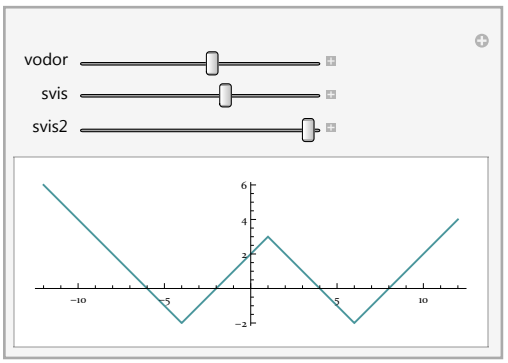
Graficky najděte řešení $|x-3|-5 \leq 0$

```
Plot[Abs[x - 3] - 5 , {x, -10, 10}]
```



... a s mírným rozšířením o interaktivní ovládání:

```
Manipulate[
 Plot[Abs[Abs[x - vodor] - svis2] - svis , {x, -12, 12},
  AspectRatio → Automatic, AxesOrigin → {0, 0}],
 {vodor, -8, 8},
 {svis, -8, 8},
 {svis2, -5, 5}
]
```



Složitější ukázky je ale lepší předem pečlivěji propracovat

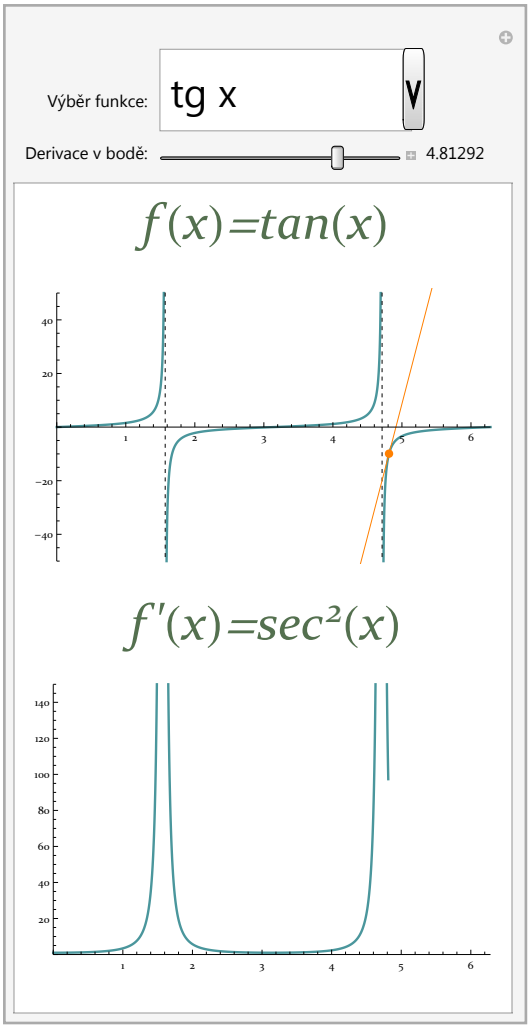
```
parametry = {
    {{{-5, 5}, {0, 6}}, {{-5, 5}, {-1, 1}}, None}, (* konstanta*)
    {{{-5, 5}, {-5, 5}}, {{-5, 5}, {0, 2}}, None}, (* x *)
    {{{-10, 10}, {0, 100}}, {{-10, 10}, {-20, 20}}, None}, (* x^2 *)
    {{{-10, 10}, {-1000, 1000}}, {{-10, 10}, {0, 300}}, None}, (* x^3 *)
    {{{-10, 10}, {-10, 10}}, {{-10, 10}, {-100, 0}}, x == 0}, (* 1/x *)
    {{{-2, 4}, {0, 260}}, {{-2, 4}, {0, 300}}, None}, (* 4^x *)
    {{{0.0001, 100}, {-5, 5}}, {{0.0001, 100}, {0, 20}}, None}, (* log x *)
    {{{0, 4 Pi}, {-1, 1}}, {{0, 4 Pi}, {-1, 1}}, None}, (* sin x *)
    {{{0, 4 Pi}, {-1, 1}}, {{0, 4 Pi}, {-1, 1}}, None}, (* cos x *)
    {{{0, 2 Pi}, {-50, 50}}, {{0, 2 Pi}, {0, 150}}, Cos[x] == 0}, (* tangens *)
    {{{0.001, 2 Pi}, {-50, 50}},
     {{0.001, 2 Pi}, {-150, 0}}, Sin[x] == 0} (* cotangens *)

  };
Manipulate[
 par = Switch[fs,
   fcon, parametry[[1]],
   fx, parametry[[2]],
   fx2, parametry[[3]],
   fx3, parametry[[4]],
   f1lomx, parametry[[5]],
   f4nax, parametry[[6]],
   flog, parametry[[7]],
   fsin, parametry[[8]],
   fcos, parametry[[9]],
   ftan, parametry[[10]],
   fcot, parametry[[11]]
  ];
 fce[x_] = Switch[fs,
   fcon, 5,
   fx, x,
   fx2, x^2,
   fx3, x^3,
   f1lomx, x^-1,
   f4nax, 4^x,
   flog, Log[x],
   fsin, Sin[x],
   fcos, Cos[x],
   ftan, Tan[x],
```

```
  fcot, Cot[x]
 ];
xmin = par[[1, 1, 1]];
xmax = par[[1, 1, 2]];
delX = (xmax - xmin) / 10;
smer = D[fce[x], x] /. x → bodX;
deriv[x_] = D[fce[x], x];

Grid[{
  {Style["f(x)=" <> ToString[TraditionalForm[fce[x]]], "Subsubtitle"]},
  {Show[
    Plot[fce[x], {x, xmin, xmax} ,
     AxesOrigin → {0, 0},
     Axes → {True, True},
     PlotRange → par[[1]],
     PlotStyle → Thick,
     Exclusions → par[[3]],
     ExclusionsStyle → Dashing[Small],
     ImageSize → {380, 280}],
    Graphics[
     {PointSize[Large], Orange, Point[{bodX, fce[bodX]}],
      Line[{{bodX - delX, fce[bodX] - smer delX}, {bodX + delX, fce[bodX] + smer delX}}]
     }
    ]]},
  {Style["f'(x)=" <> ToString[TraditionalForm[deriv[x]]] , "Subsubtitle"]},
  {Plot[deriv[x], {x, xmin, bodX + 0.001},
    AxesOrigin → {0, 0},
    Axes → {True, True},
    PlotRange → par[[2]],
    PlotStyle → Thick,
    Exclusions → par[[3]],
    ExclusionsStyle → Red,
    ImageSize → {380, 280}
   ]}}],
{{fs, ftan, "Výběr funkce:"},
 {fcon → "konst. fce.",
  fx → "x",
  fx2 → "x^2",
  fx3 → "x^3",
  f1lomx → "x^-1",
  f4nax → "4^x",
  flog → "log x",
  fsin → "sin x",
  fcos → "cos x",
  ftan → "tg x",
  fcot → "cotg x"}, ControlType → PopupMenu},
```

```
{{bodX, 1.5, "Derivace v bodě:"},
 Dynamic[xmin], Dynamic[xmax], Appearance → "Labeled"},
SaveDefinitions → True]
```



Z práce studentů

Ukázka použití diferenciálních rovnic

Převzato z ročníkové práce studentů 3. ročníku (V. Myslivec, C. Šup 2008/2009)

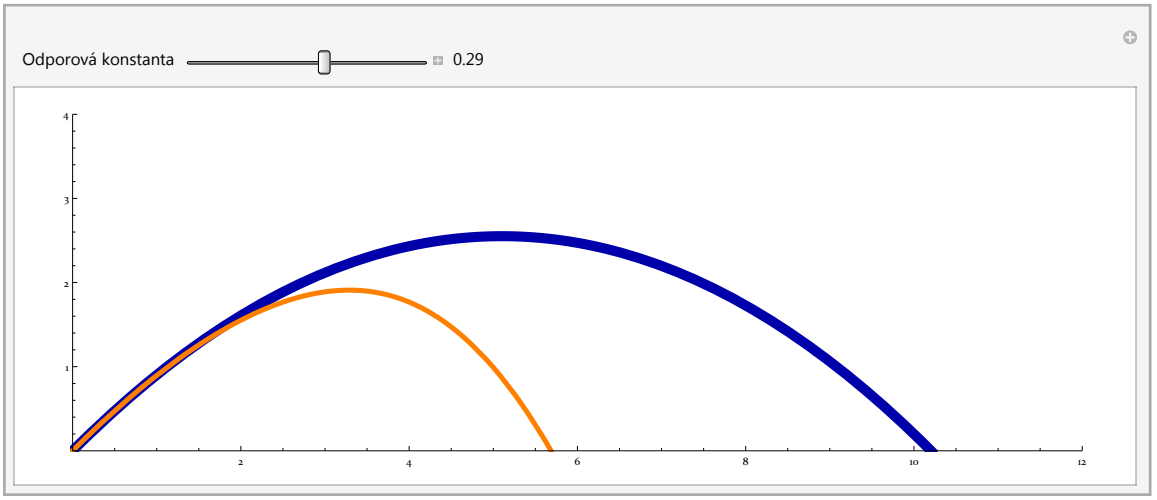
In[36]:=
```
m = 2; g = 9.8; α = π/4; v0 = 10;

Manipulate[
 SilaX[vx_] := -k vx Norm[vx];
 SilaY[vy_] := -g m - k vy Norm[vy];

 difX =
  NDSolve[{m rX''[t] == SilaX[rX'[t]], rX[0] == 0, rX'[0] == v0 Cos[α]}, rX, {t, 0, 10}];
 difY = NDSolve[{m rY''[t] == SilaY[rY'[t]], rY[0] == 0, rY'[0] == v0 Sin[α]},
   rY, {t, 0, 10}];

 Show[
  Plot[
   X Tan[α] - 9.8/2 (X / (v0 Cos[α]))^2,
   {X, 0, 11},
   PlotRange → {{0, 12}, {0, 4}},
   AspectRatio → 1/3,
   PlotStyle → {Darker[Blue], Thickness[0.01]},
   ImageSize → {900, 300}
  ],
  ParametricPlot[
   {rX[t] /. difX[[1]], rY[t] /. difY[[1]]},
   {t, 0, 10},
   PlotRange → {{0, 12}, {0, 4}},
   AspectRatio → 1/3,
   PlotStyle → {Orange, Thickness[0.005]},
   ImageSize → {900, 300}
  ]
 ],
 {{k, 0.1, "Odporová konstanta"}, 0, 0.5, 0.01, Appearance → "Labeled"},
 SaveDefinitions → True
]
```

Out[37]=



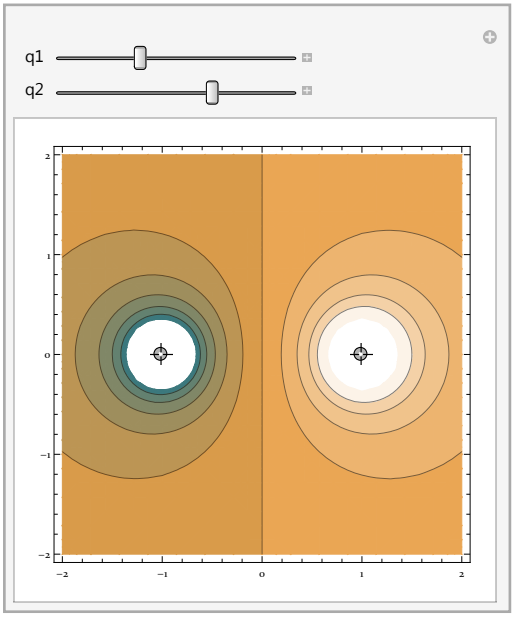
Jedna věta z jejich obhajoby této práce: “Zde je nutné zmínit, že na začátku 3. ročníku jsme skoro ani nevěděli jak se derivuje, ale díky Wolfram Mathematice jsme byli schopni použít diferenciální rovnice.”

Využití v odborných předmětech

Vykreslení elektrického pole

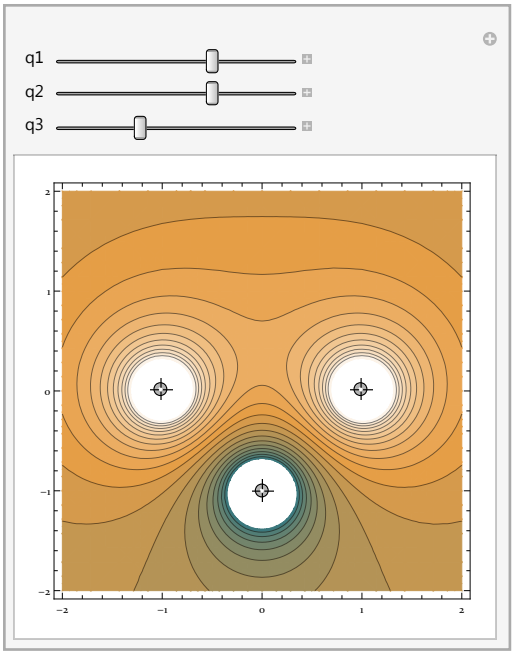
Přímo v nápovědě programu *Mathematica* najdeme tento jednoduchý, ale mocný příklad:

```
Manipulate[
 ContourPlot[q1 / Norm[{x, y} - p[[1]]] + q2 / Norm[{x, y} - p[[2]]] ,
  {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, Contours → 10],
 {{q1, -1}, -3, 3},
 {{q2, 1}, -3, 3},
 {{p, {{-1, 0}, {1, 0}}}, {-1, -1}, {1, 1}, Locator},
 Deployed -> True]
```



Můžeme ho celkem bez velkého přemýšlení ihned rozšířit

```
Manipulate[
 ContourPlot[
  q1 / Norm[{x, y} - p[[1]]] + q2 / Norm[{x, y} - p[[2]]] + q3 / Norm[{x, y} - p[[3]]],
  {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, Contours → 20],
 {{q1, 1}, -3, 3},
 {{q2, 1}, -3, 3},
 {{q3, -1}, -3, 3},
 {{p, {{-1, 0}, {1, 0}, {0, -1}}}, {-1, -1}, {1, 1}, Locator},
 Deployed → True]
```



Pokud si s ním někdo trochu více pohraje, může to dopadnout například takto:

```
http : // demonstrations.wolfram.com / ElectricFieldsForThreePointCharges /
```

Amplitudová modulace

```
http : // demonstrations.wolfram.com / AmplitudeModulation /
```

Typy magnetů v urychlovači LHC:

```
http : // demonstrations.wolfram.com / MagnetTypesInParticleAccelerators /
```

Možnosti vzužití Mathematicy pro různé studentské projekty

Wolfram Data Drop

Datové úložiště se snadným přístupem z programu *Mathematica* a širokými možnostmi vkládání dat

Vytvoření Databinu

```
(* CreateDatabin["Interpretation" -> {"id" -> "Number", "loc" -> "Location",
   "distance" -> "Number", "bearing" -> "Number", "deviation" -> "Number",
   "stations" -> "Number", "part" -> "Number", "time" -> "DateTime"}]
*)
```

```
Databin[ Short ID: 6hoz1_m2
         Entry count: 9830 ]
```

Otevření Databinu a načtení dat

In[3]:=
```
mujbin = Databin["6hoz1_m2"]
valbin = Values[mujbin];
(* transformace dat do potřebného formátu *)
velka = Normal[valbin]
tabulka = Transpose[{
  "time" /. velka[[2]],
  "id" /. velka[[6]],
  "loc" /. velka[[3]],
  "distance" /. velka[[7]],
  "deviation" /. velka[[5]],
  "bearing" /. velka[[4]],
  "stations" /. velka[[1]],
  "part" /. velka[[8]]
  }];
Dimensions[tabulka]

(* utřídění dat *)
(* Blesky které detekovala i moje stanice *)
moje = Cases[tabulka, {__, p_} /; p == 1];
Length[moje]

(* Blesky na kterých se moje stanice nepodílela *)
cizi = Cases[tabulka, {__, p_} /; p == 0];
Length[cizi]

(* moje blesky setříděné podle vzdálenosti *)
mojeNej = Sort[moje, #1[[4]] > #2[[4]] &];

(* moje blesky seřazené podle azimutu *)
mojePol = Sort[moje, #1[[6]] > #2[[6]] &];

(* malý vzorek nejvzdálenějších a nejbližších blesků *)
vzorek = Join[mojeNej[[1 ;; 8]], mojeNej[[-8 ;; -1]]];
Grid[Prepend[vzorek, Style[#, {Red, Bold, 14}] & /@
   {"time", "id", "loc", "distance", "dev", "bear", "sta", "p"}], Frame → All]
```

Out[3]= Databin[Name: Blesky Entry count: 9830]

Out[5]=

{stations → {160, 103, 87, 64, 80, 174, 41, 163, 42, 66, 100, 137, 194, 33, 252, 83, 99, 126, 70, 147, 189, 353, 33, 40, 135, 35, 77, 225, 307, 97, 112, 73, 226, 336, 173, 332, 118, 59, 58, 51, 164, 274, 119, 170, 268, 57, 126, 32, 191, 38, 131, 33, ··· 17 178 ···, 142, 11, 42, 14, 16, 36, 35, 16, 76, 39, 117, 19, 10, 120, 54, 236, 17, 26, 13, 11, 100, 70, 11, 143, 50, 15, 78, 167, 157, 17, 29, 27, 15, 25, 30, 61, 28, 119, 20, 128, 68, 27, 64, 24, 112, 38, 39, 15, 69, 10, 37, 18}, ··· 6 ···, ··· 1 ···}

large output | **show less** | **show more** | **show all** | **set size limit...**

Out[7]= {17 282, 8}

Out[9]= 17 282

Out[11]= 0

Out[15]=

time	id	loc	distance	dev	bear	sta	p
Sun 2 Aug 2015 21:13:27 GMT−5.	13 873 587	GeoPosition[{−21.0257, 43.9766}]	8 419 423	4228	160.9	160	1
Thu 9 Jul 2015 02:32:07 GMT−5.	10 615 391	GeoPosition[{−25.5111, 14.0371}]	8 398 940	4489	180.2	103	1
Tue 7 Jul 2015 16:34:24 GMT+12.	9 847 890	GeoPosition[{−20.5156, 43.1186}]	8 336 916	4018	161.4	87	1
Sat 1 Aug 2015 16:44:01 GMT+12.	13 725 193	GeoPosition[{−24.5759, 21.5671}]	8 324 921	2183	175.2	64	1
Sat 9 May 2015 00:14:14 GMT+2.	1 498 587	GeoPosition[{−23.8641, 21.1469}]	8 242 596	2884	175.5	80	1
Wed 8 Jul 2015 20:43:44 GMT+4.	10 522 464	GeoPosition[{−20.3347, 38.329}]	8 170 041	3193	164.2	174	1
Fri 10 Jul 2015 05:08:51 GMT+2.	10 695 594	GeoPosition[{−21.5355, −2.8302}]	8 136 326	3848	191.5	41	1
Thu 6 Aug 2015 15:18:34 GMT+2.	14 260 544	GeoPosition[{−18.3456, 43.6596}]	8 126 991	4235	160.8	163	1
Wed 8 Jul 2015 02:00:16 GMT−5.	10 196 607	GeoPosition[{50.0445, 14.3933}]	2850	1453	333.5	156	1
Mon 27 Apr 2015 18:58:01 GMT−5.	752 838	GeoPosition[{50.0171, 14.4389}]	2048	3993	104.2	16	1
Sun 26 Apr 2015 15:43:43 GMT−5.	594 418	GeoPosition[{50.032, 14.3875}]	2046	2571	304.5	196	1
Tue 23 Jun 2015 18:28:49 GMT−5.	7 764 637	GeoPosition[{50.0115, 14.3886}]	1963	4485	235.1	67	1
Mon 8 Jun 2015 21:37:43 GMT−5.	4 951 885	GeoPosition[{50.0161, 14.4342}]	1759	1728	110.4	227	1
Wed 8 Jul 2015 02:02:33 GMT−5.	10 196 991	GeoPosition[{50.0229, 14.4317}]	1478	3923	84.5	40	1
Wed 8 Jul 2015 02:04:22 GMT−5.	10 197 405	GeoPosition[{50.0232, 14.4287}]	1270	991	81.9	21	1
Wed 8 Jul 2015 02:02:02 GMT−5.	10 196 899	GeoPosition[{50.0282, 14.4126}]	738	2649	8.	88	1

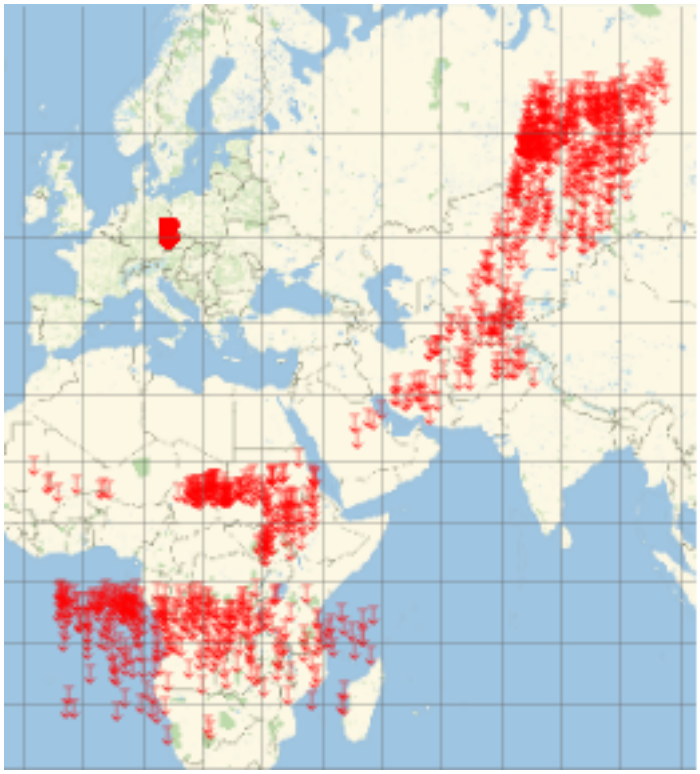
A teď už pár ukázek možných výstupů

Všechny nalovené blesky na mapě

In[18]:=

```
GeoListPlot[mojeNej[[1 ;; 1500, 3]],
 PlotMarkers → Style["↧", Red, 20], (*GeoRange→{{5,52},{-33,52}},*)
 GeoGridLines → Quantity[10, "AngularDegrees"], GeoProjection → "Mercator",
 ImageSize → Large]
```

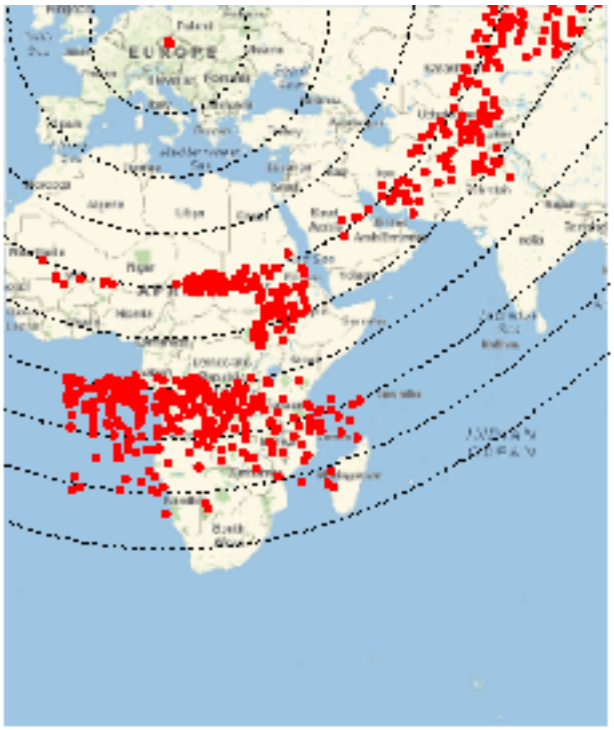
Out[18]=



Mapa s vyznačenou vzdáleností od mé stanice

In[22]:=
```
(* Tabulka souřadnic blesků zachycených mojí stanicí *)
mylatlon = Transpose[{QuantityMagnitude[Latitude[moje[[1 ;; 1500, 3]]]],
    QuantityMagnitude[Longitude[moje[[1 ;; 1500, 3]]]]}];
(* Souřadnice mé stanice *)
stanice = GeoPosition[{50.021606, 14.411118`}];
(* vykreslení mapy *)
GeoGraphics[{Dashed, Thick,
  Table[GeoCircle[Prague (city), Quantity[r, "km"]], {r, 1000, 9000, 1000}],
  PointSize[Large], Blue, Point[stanice], PointSize[Large],
  (* Blue,Point[GeoPosition[cilatlon]],*)
  Red, Point[GeoPosition[mylatlon]]},
 GeoCenter → GeoPosition[{00., 39.}],
 GeoRange → Quantity[6000, "km"],
 GeoProjection → "Mercator",
 GeoBackground → Automatic,
 ImageSize → {600, 600}]
```

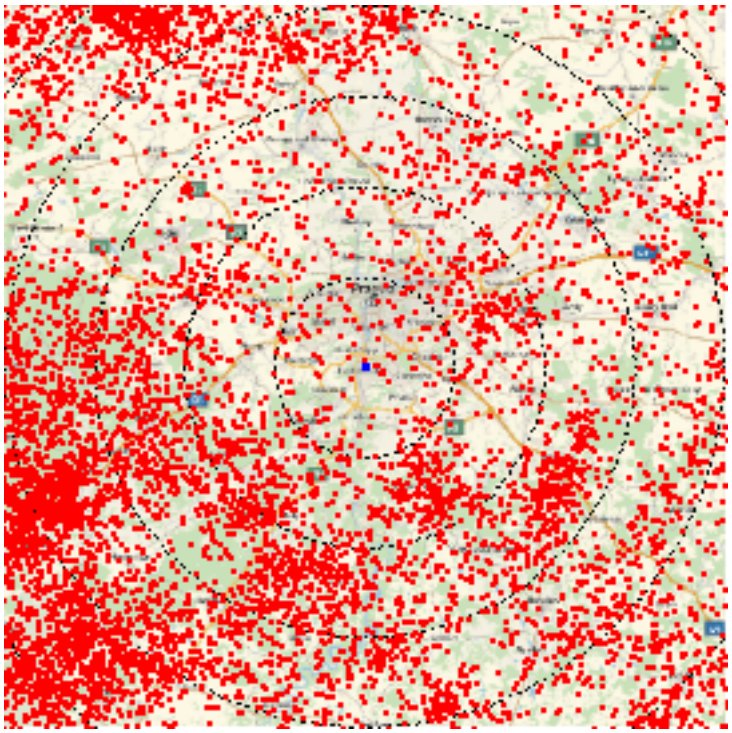
Out[24]=



Blízké blesky ve větším detailu

In[34]:=
```
mylatlon = Transpose[{QuantityMagnitude[Latitude[moje[[All, 3]]]],
    QuantityMagnitude[Longitude[moje[[All, 3]]]]}];
GeoGraphics[{Dashed, Thick,
  Table[GeoCircle[stanice, Quantity[r, "km"]], {r, 10, 50, 10} (* {r,20,400,20} *)],
  PointSize[Large], Blue, Point[stanice], PointSize[Medium],
  (* Blue,Point[GeoPosition[cilatlon]],*)
  Red, Point[GeoPosition[mylatlon]]},
 GeoCenter → GeoPosition[stanice],
 GeoRange → Quantity[40, "km"],
 GeoProjection → "Mercator",
 GeoBackground → Automatic,
 ImageSize → {600, 600}]
```

Out[35]=



Díky za pozornost!